

Épreuve anticipée de mathématiques - Sujet d'entraînement n°1

Voie générale : candidats suivant l'enseignement de spécialité de mathématiques.

Thèmes : QCM pluri-thèmes + Suites + Probabilités et variable aléatoire

Durée : 2 heures. L'usage de la calculatrice est autorisé.

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES - QCM (6 pts)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse. Une bonne réponse rapporte 0,5 point ; une absence de réponse ou une réponse fausse ne retire aucun point.

Question 1.

Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 7$ et de raison $r = -2$. Le terme u_{10} est égal à :

A.	B.	C.	D.
-27	-15	-13	-9

Question 2.

Soit (v_n) une suite géométrique de premier terme $v_0 = 3$ et de raison $q = 2$. La somme $S = v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + v_4$ est égale à :

A.	B.	C.	D.
45	63	78	93

Question 3.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3x - 1$. Sa dérivée $f'(x)$ est égale à :

A.	B.	C.	D.
$6x^2 - 10x + 3 - 1$	$6x^2 - 10x + 3$	$2x^2 - 5x + 3$	$6x^3 - 10x^2 + 3x$

Question 4.

Le polynôme $P(x) = x^2 - 5x + 6$ admet pour racines :

A.	B.	C.	D.
2 et 3	-2 et -3	1 et 6	pas de racine réelle

Question 5.

Soient A et B deux événements tels que $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,5$ et $P(A \cap B) = 0,2$. La probabilité conditionnelle $P_A(B)$ est égale à :

A.	B.	C.	D.
0,1	0,4	0,5	0,8

Question 6.

Avec les mêmes données qu'à la question précédente, les événements A et B :

A.	B.	C.	D.
sont incompatibles	sont contraires	sont disjoints	sont indépendants

Question 7.

Soit X la variable aléatoire dont la loi est donnée par :

$P(X = -2) = 0,3$; $P(X = 1) = 0,5$; $P(X = 4) = 0,2$. L'espérance $E(X)$ est égale à :

A.	B.	C.	D.
0,5	0,7	1	1,5

Question 8.

La valeur exacte de $\cos(5\pi/6)$ est :

A.	B.	C.	D.
$-\sqrt{3}/2$	$-1/2$	$1/2$	$\sqrt{3}/2$

Question 9.

Dans un repère orthonormé, on donne les vecteurs $u(3 ; -2)$ et $v(4 ; 1)$. Le produit scalaire $u \cdot v$ est égal à :

A.	B.	C.	D.
14	12	10	7

Question 10.

Soient les vecteurs $u(2 ; m)$ et $v(3 ; -6)$. La valeur de m pour laquelle u et v sont orthogonaux est :

A.	B.	C.	D.
-3	-2	0	1

Question 11.

Une urne contient 5 boules : 3 rouges et 2 vertes. On tire successivement, avec remise, 2 boules de l'urne. La probabilité d'obtenir exactement une boule rouge est :

A.	B.	C.	D.
$6/25$	$12/25$	$3/5$	$9/25$

Question 12.

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x + 5$ admet un minimum atteint en :

A.	B.	C.	D.
$x = 3$	$x = -3$	$x = 5$	$x = 1$

Exercice 1 — Suites arithmétiques (7 pts)

Une bibliothèque municipale possède un fonds initial de 850 livres au 1^{er} janvier 2026. Pour développer son offre, la directrice prévoit d'acheter chaque mois 25 nouveaux livres. On note u_n le nombre de livres présents dans la bibliothèque n mois après le 1^{er} janvier 2026.

Ainsi $u_0 = 850$ désigne le nombre de livres au 1^{er} janvier 2026, u_1 le nombre de livres au 1^{er} février 2026, etc.

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
2. Justifier que la suite (u_n) est arithmétique. Préciser son premier terme et sa raison.
3. Exprimer u_n en fonction de n .
4. Quel sera le nombre de livres dans la bibliothèque au 1^{er} janvier 2028 ?
5. La directrice souhaite que la bibliothèque atteigne au moins 1 500 livres. Au bout de combien de mois cet objectif sera-t-il atteint ? Préciser à quelle date.
6. Calculer la somme $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{23}$. Cette somme représente-t-elle le nombre total de livres présents sur les 24 premiers mois ? Justifier votre réponse.

Aide au calcul :

$$850 + 25 \times 24 = 1\,450$$

$$1\,500 - 850 = 650$$

$$650 \div 25 = 26$$

$$24 \times (850 + 1\,425) \div 2 = 24 \times 2$$

$$275 \div 2 = 27\,300$$

Exercice 2 — Probabilités conditionnelles et variable aléatoire (7 pts)

Une entreprise fabrique des composants électroniques sur deux lignes de production A et B. La ligne A produit 60 % des composants ; la ligne B produit le reste.

On sait que 3 % des composants produits par la ligne A sont défectueux, tandis que 5 % des composants produits par la ligne B sont défectueux.

On choisit au hasard un composant fabriqué par l'entreprise. On note :

- **A** : « le composant provient de la ligne A » ;
- **B** : « le composant provient de la ligne B » ;
- **D** : « le composant est défectueux ».

Partie A

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que le composant provienne de la ligne A et soit défectueux.
3. Démontrer que la probabilité qu'un composant soit défectueux est égale à 0,038.
4. Le service qualité prélève un composant et constate qu'il est défectueux. Quelle est la probabilité qu'il provienne de la ligne B ? Arrondir au millième.

Partie B

L'entreprise vend chaque composant au prix de 12 €. Cependant, si un composant est défectueux, l'entreprise doit le rembourser intégralement et verser en plus une pénalité de 5 € au client.

On note X la variable aléatoire qui, à un composant choisi au hasard, associe le gain (éventuellement négatif) réalisé par l'entreprise.

1. Justifier que X prend les valeurs 12 et -5, puis déterminer la loi de probabilité de X .
2. Calculer l'espérance $E(X)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
3. Sur un lot de 1 000 composants vendus, quel chiffre d'affaires (c'est-à-dire le gain total) l'entreprise peut-elle espérer réaliser ?