

MATHÉMATIQUES



1

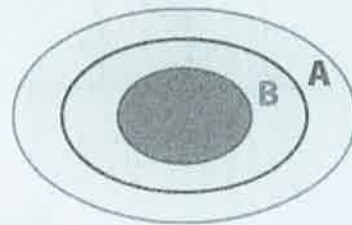
Calculer, appliquer, exprimer une proportion sous différentes formes (décimale, fractionnaire, pourcentage)

Rappel

- Calculer $t\%$ d'un nombre c'est multiplier ce nombre par $\frac{t}{100}$
- On considère un ensemble A et un sous-ensemble B de A. La proportion de B dans A est le nombre

$$p = \frac{\text{nombre d'éléments de B}}{\text{nombre d'éléments de A}}$$

Elle peut être donnée en %, sous forme décimale ou sous forme de fraction irréductible.



Pour bien démarrer

01 En vous inspirant de l'exemple suivant, mettre sous forme de fraction irréductible les différentes proportions proposées.

Exemple :

$$0,12 = \frac{0,12}{1} = \frac{0,12 \times 100}{1 \times 100} = \frac{12}{100} = \frac{4 \times 3}{4 \times 25} = \frac{3}{25}$$

a. $0,48 = \frac{48}{100} = \frac{48 \times 100}{1 \times 100} = \frac{48}{100} = \frac{12}{25}$

b. $0,72 = \frac{72}{100} = \frac{72 \times 100}{1 \times 100} = \frac{72}{100} = \frac{18}{25}$

c. $0,225 = \frac{225}{1000} = \frac{225 \times 1000}{1 \times 1000} = \frac{225}{1000} = \frac{9}{40}$

d. $0,7 = \frac{70}{100} = \frac{70 \times 100}{1 \times 100} = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$

02 En vous inspirant de l'exemple suivant, mettre sous forme décimale les différentes proportions proposées.

Exemple :

$$17\% = \frac{17}{100} = 0,17$$

a. $67\% = \frac{67}{100} = 0,67$

b. $5\% = \frac{5}{100} = 0,05$

c. $100\% = \frac{100}{100} = 1$

d. $0,93\% = \frac{93}{100} = 0,93$

Pas à pas

03 Calculer 25 % de 560 c'est multiplier 560 par : $\frac{25}{100}$
Soit, $\frac{25}{100} \times 560 = 140$

04 Calculer 5 % de 240 c'est multiplier 240 par : $\frac{5}{100}$
Soit, $\frac{5}{100} \times 240 = 12$

05 Calculer 60 % de 150 c'est multiplier 150 par : $\frac{60}{100}$
Soit, $\frac{60}{100} \times 150 = 90$

06 Dans un club de 250 adhérents, 40 personnes jouent au tennis.

a. La proportion des joueurs de tennis de ce club, écrite sous forme d'une fraction irréductible est :

$$p = \frac{40}{250} = \frac{4 \times 10}{25 \times 10} = \frac{4}{25}$$

b. Ecrire p sous forme décimale.

$$p = \frac{4}{25} = 0,16$$

c. Ecrire p en pourcentage.

$$p = 0,16 \times 100 = 16\%$$

07 Dans une classe de 32 élèves de Terminale 24 ont eu leur Bac avec mention.

a. La proportion des mentions dans cette classe, écrite sous forme d'une fraction irréductible est :

$$p = \frac{24}{32} = \frac{3 \times 8}{4 \times 8} = \frac{3}{4}$$

b. Ecrire p sous forme décimale.

$$p = \frac{3}{4} = 0,75$$

c. Ecrire p en pourcentage.

$$p = 0,75 \times 100 = 75\%$$

08 Sur 150 contrôles de vitesse la police nationale a verbalisé 60 conducteurs.

a. La proportion des conducteurs verbalisés, écrite sous forme d'une fraction irréductible est :

$$p = \frac{60}{150} = \frac{6 \times 10}{15 \times 10} = \frac{6}{15} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{2}{5}$$

b. Ecrire p sous forme décimale.

$$p = \frac{2}{5} = 0,4$$

c. Ecrire p en pourcentage.

$$p = 0,4 \times 100 = 40\%$$

Pour s'exercer

09 Sur 900 personnes interrogées, 150 se disent vouloir voter pour le candidat A. Dans cet échantillon, donner la proportion, sous forme de fraction irréductible des personnes votant pour le candidat A.

$$p = \frac{150}{900} = \frac{15 \times 10}{90 \times 10} = \frac{15}{90} = \frac{5 \times 3}{3 \times 18} = \frac{5}{18}$$

10 Julien gagne 2 100 € par mois. Il consacre 40 % de son salaire à son loyer. Quel est le montant de son loyer ?

$$\frac{40}{100} \times 2100 = 840 \text{ €}$$

11 6 élèves sur 30 ont eu mention très bien au baccalauréat dans une classe. Quelle proportion cela représente-t-il dans cette classe ? (Exprimer cette proportion sous forme décimale).

12 Un groupe de 35 élèves comprend 60 % de filles. Combien y a-t-il de filles dans ce groupe ?

$$\frac{60}{100} \times 35 = 21$$

13 Une entreprise a expédié le mois dernier 1 800 colis dont 450 vers l'étranger. Quelle est la part des colis envoyés vers l'étranger le mois dernier dans cette entreprise ? Exprimer cette proportion en pourcentage.

14 Nassim a repéré le même téléviseur dans deux boutiques différentes.

Dans la première, il coûte 399 € et bénéficie d'une remise de 20 % et dans la seconde, il coûte 450 € et bénéficie d'une remise de 25 %.

Dans quelle boutique, le téléviseur sera-t-il le moins cher après la remise consentie ?

15 Calculer 17,5 % de 300.

16 Calculer 21 % de 150.

17 Calculer 37 % de 500.

$$\frac{37}{100} \times 500 = 185$$

18 Calculer 15 % de 34.

19 Dans mon entreprise de 500 salariés, il y a 19 % de cadres. Parmi ces cadres, il y a 50 femmes.

a. Déterminer le nombre de cadres dans l'entreprise.

b. Déterminer la proportion de femmes parmi les cadres. Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

20 Dans un lycée de 1 600 élèves 440 sont en Terminale. 80 % de ces élèves font du sport toutes les semaines.

a. Déterminer le nombre d'élèves de Terminale pratiquant du sport toutes les semaines.

$$\frac{80}{100} \times 440 = 352$$

b. Déterminer la proportion d'élèves de Terminale faisant du sport toutes les semaines parmi l'ensemble des élèves du lycée. Donner le résultat sous forme de fraction irréductible puis sous forme décimale.

$$\frac{352}{1600} = \frac{2 \times 176}{2 \times 800} = \frac{2 \times 88}{2 \times 400} = \frac{2 \times 44}{2 \times 200} = \frac{2 \times 22}{2 \times 100} = \frac{11}{50}$$

9/22

241 Dans ma commune de 26 000 habitants, il y a 30 % de personnes de 25 ans ou moins.

Parmi ces jeunes de 25 ans ou moins, 65 % sont scolarisés.

a. Déterminer le nombre de personnes de 25 ans ou moins dans ma commune.

$$\frac{30}{100} \times 26000 = 7800$$

b. Déterminer le nombre de personnes de moins de 25 ans scolarisées dans ma commune.

$$\frac{65}{100} \times 7800 = 5070$$

c. Déterminer la proportion de personnes de moins de 25 ans scolarisées par rapport à l'ensemble des habitants de la commune. Donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible puis sous forme décimale.

$$\frac{5070}{26000} = \frac{507 \times 10}{260 \times 100} = \frac{507}{2600} = \frac{13 \times 39}{13 \times 200} = \frac{39}{200}$$

2

Utiliser une proportion pour calculer une partie connaissant le tout, ou le tout connaissant une partie.

Rappel

La proportion de B dans A est nombre $p = \frac{\text{nombre d'éléments de B}}{\text{nombre d'éléments de A}} = \frac{\text{partie}}{\text{tout}}$. Alors :

- Lorsqu'on connaît une **proportion** (ou un pourcentage) et le **tout**, on peut calculer la **partie** en effectuant :

$$\text{partie} = \text{proportion} \times \text{tout}$$

- Inversement, si l'on connaît une **partie** et la **proportion** qu'elle représente, on peut calculer le **tout** avec :

$$\text{tout} = \frac{\text{partie}}{\text{proportion}}$$

Pour bien démarrer

01 En s'inspirant de l'exemple suivant isoler et calculer b .

Exemple : $0,2 = \frac{b}{180} \Leftrightarrow b = 0,2 \times 180$

$$b = 0,2 \times 180 = \frac{2}{100} \times 180 = \frac{2 \times 180}{100} = \frac{360}{100} = 3,6$$

a. $0,3 = \frac{b}{243} \Leftrightarrow b = 0,3 \times 243$

$$b = 0,3 \times 243 = \frac{3}{10} \times 243 = \frac{3 \times 243}{10} = \frac{729}{10} = 72,9$$

b. $0,75 = \frac{b}{80} \Leftrightarrow b = 0,75 \times 80$

$$b = 0,75 \times 80 = \frac{75}{100} \times 80 = \frac{75 \times 80}{100} = \frac{6000}{100} = 60$$

c. $0,4 = \frac{b}{150} \Leftrightarrow b =$

$$b = 0,4 \times 150 = \frac{4}{10} \times 150 = \frac{4 \times 150}{10} = \frac{600}{10} = 60$$

02 En s'inspirant de l'exemple suivant isoler et calculer a .

Exemple : $0,03 = \frac{120}{a} \Leftrightarrow a = \frac{120}{0,03}$

$$a = \frac{120 \times 100}{0,03 \times 100} = \frac{12\,000}{3} = \frac{3 \times 4000}{3} = 4000$$

a. $0,4 = \frac{60}{a} \Leftrightarrow a = \frac{60}{0,4}$

$$a = \frac{60 \times 10}{0,4 \times 10} = \frac{600}{4} = \frac{4 \times 200}{4} = 200$$

b. $0,25 = \frac{45}{a} \Leftrightarrow a = \frac{45}{0,25}$

$$a = \frac{45 \times 100}{0,25 \times 100} = \frac{4500}{25} = \frac{9 \times 500}{1} = 900$$

c. $0,6 = \frac{54}{a} \Leftrightarrow a =$

$$a =$$

03 En s'inspirant de l'exemple suivant isoler et calculer b .

Exemple : $\frac{2}{5} = \frac{b}{200} \Leftrightarrow b = \frac{2 \times 200}{5}$

$$b = \frac{2 \times 200}{5} = \frac{2 \times 5 \times 40}{5} = 80$$

a. $\frac{3}{4} = \frac{b}{160} \Leftrightarrow b =$

$$b = \frac{3 \times 160}{4} = \frac{3 \times 40 \times 4}{4} = 120$$

b. $\frac{2}{3} = \frac{b}{120} \Leftrightarrow b =$

$$b = \frac{2 \times 120}{3} = \frac{2 \times 40 \times 3}{3} = 80$$

c. $\frac{5}{8} = \frac{b}{44} \Leftrightarrow b =$

$$b = \frac{5 \times 44}{8} = \frac{5 \times 11 \times 4}{8} = \frac{55 \times 4}{8} = \frac{55 \times 2}{2} = 110$$

04 En s'inspirant de l'exemple suivant isoler et calculer a .

Exemple : $\frac{3}{5} = \frac{120}{a} \Leftrightarrow a = \frac{120 \times 5}{3}$

$$a = \frac{120 \times 5}{3} = \frac{3 \times 40 \times 5}{3} = 40 \times 5 = 200$$

a. $\frac{2}{3} = \frac{80}{a} \Leftrightarrow a =$

$$a = \frac{80 \times 3}{2} = \frac{8 \times 10 \times 3}{2} = 4 \times 10 \times 3 = 120$$

b. $\frac{5}{8} = \frac{150}{a} \Leftrightarrow a =$

$$a = \frac{150 \times 8}{5} = \frac{3 \times 50 \times 8}{5} = 3 \times 10 \times 8 = 240$$

c. $\frac{4}{7} = \frac{30}{a} \Leftrightarrow a =$

$$a = \frac{30 \times 7}{4} = \frac{3 \times 10 \times 7}{4} = \frac{3 \times 70}{4} = \frac{210}{4} = 52,5$$

Pas à pas

05 Dans une ville de 2 000 habitants, 35 % sont âgés de plus de 60 ans. On se propose de calculer le nombre d'habitants de plus de 60 ans de cette ville.

a. Cherche-t-on une **partie** ou le **tout** ?

b. Dans la formule $proportion = \frac{partie}{tout}$ isoler l'inconnue cherchée.

c. En déduire la valeur cherchée.

06 Une entreprise compte un certain nombre de salariés. 84 d'entre eux sont cadres, soit 12% de l'effectif total. On se propose de déterminer le nombre de salariés de l'entreprise.

a. Cherche-t-on une **partie** ou le **tout** ?

b. Dans la formule $proportion = \frac{partie}{tout}$ isoler l'inconnue cherchée.

c. En déduire la valeur cherchée.

07 Un magasin applique une réduction de $\frac{1}{5}$ sur un article qui coûte 180 €. On cherche le montant de la réduction.

a. Cherche-t-on une **partie** ou le **tout** ?

b. Dans la formule $proportion = \frac{partie}{tout}$ isoler l'inconnue cherchée.

c. En déduire la valeur cherchée.

08 Dans une classe, 18 élèves participent à une activité, soit $\frac{2}{5}$ de la classe. On cherche le nombre d'élèves de la classe.

a. Cherche-t-on une **partie** ou le **tout** ?

b. Dans la formule $proportion = \frac{partie}{tout}$ isoler l'inconnue cherchée.

c. En déduire la valeur cherchée.

Pour s'exercer

09 Calculer 35% de 240.

10 Une entreprise vend 1 200 produits. 25% sont exportés à l'étranger. Combien cela représente-t-il de produits ?

11 72 représente 40% d'un nombre. Quel est ce nombre ?

12 Une élève a obtenu 18 points à un devoir, ce qui correspond à 60% du total. Quelle était la note maximale possible ?

13 Calculer les $\frac{3}{5}$ de 150.

14 Un tarif étudiant représente les $\frac{3}{4}$ du tarif normal, qui est de 80 €. Quel est le montant à payer avec cette réduction ?

15 90 correspond aux $\frac{3}{5}$ d'un total. Quel est ce total ?

16 Un coureur a parcouru les $\frac{2}{3}$ de son parcours, soit 210 km. Quelle est la longueur totale du parcours ?

17 Un élève a obtenu $\frac{3}{4}$ des points à une épreuve notée sur 80.

a. Combien de points a-t-il obtenus ?

.....
.....

b. Quel pourcentage du total cela représente-t-il ?

.....
.....

18 Le budget mensuel d'un foyer est de 2 500 €.

a. 30 % sont consacrés au logement. Quel est le montant consacré au logement ?

.....
.....

b. Les dépenses alimentaires représentent 625 €. Quelle proportion du budget cela représente-t

.....
.....

19 Une entreprise a versé 18 000 € à un sous-traitant, ce qui correspond à 30 % du coût total du chantier.

a. Quel est le coût total du chantier ?

.....
.....

b. Quel est le montant restant à payer ?

.....
.....

20 Lors d'un marathon, 480 coureurs ont terminé la course. Cela correspond aux $\frac{3}{5}$ des inscrits.

a. Combien de personnes s'étaient inscrites au départ ?

b. Combien de personnes n'ont pas terminé la course ?

.....
.....

c. Quelle proportion (sous forme fractionnaire simplifiée) des coureurs n'a pas terminé la course ?

.....
.....

21 Une association compte 120 membres. Lors d'une assemblée, seuls 96 étaient présents.

a. Quelle proportion des membres étaient présents ?

Donner la réponse :

- sous forme de fraction irréductible :

$\frac{96}{120} =$

- sous forme décimale :

.....
.....

- en pourcentage :

.....
.....

b. $\frac{1}{3}$ des absents avaient prévenu. Combien de membres ont été absents sans prévenir ?

.....
.....

3

Passer d'une formulation additive (« augmenter de 5 % », respectivement « diminuer de 5 % ») à une formulation multiplicative (« multiplier par 1,05 », respectivement « multiplier par 0,95 »).

Rappel

Augmenter ou diminuer une quantité d'un taux t revient à la multiplier par :

$$C = 1 + t$$

(avec $t > 0$ dans le cas d'une hausse et $t < 0$ dans le cas d'une baisse).

Remarques :

- C est appelé **coefficient multiplicateur** associé à t .
- Un taux est souvent exprimé en pourcentage. Dans les calculs il faut alors bien penser à l'écrire sous forme fractionnaire ou décimale. Par exemple, pour une hausse de 4 % on a $C = 1 + \frac{4}{100} = 1,04$. Pour une baisse de 3 % on a $C = 1 + \left(-\frac{3}{100}\right) = 1 - \frac{3}{100} = 0,97$.
- Lorsque $C > 1$ alors l'évolution est une hausse sinon c'est une baisse.

Pas à pas

01 On considère une hausse de 30 %. On cherche le coefficient multiplicateur associé.

a. Quelle est la valeur du taux t ? 30

b. Donner alors le coefficient multiplicateur associé :

$$C = 1 + \frac{30}{100} = 1,3$$

02 On considère une baisse de 20 %. On cherche le coefficient multiplicateur associé.

a. Quelle est la valeur du taux t ? 20

b. Donner alors le coefficient multiplicateur associé :

$$C = 1 + \left(-\frac{20}{100}\right) = 0,8$$

03 On considère une hausse de 300 %. On cherche le coefficient multiplicateur associé.

a. Quelle est la valeur du taux t ? 300

b. Donner alors le coefficient multiplicateur associé :

$$C = 1 + \frac{300}{100} = 4$$

04 On considère une baisse de 4 %. On cherche le coefficient multiplicateur associé.

a. Quelle est la valeur du taux t ? 4

b. Donner alors le coefficient multiplicateur associé :

$$C = 1 + \left(-\frac{4}{100}\right) = 0,96$$

Pour s'exercer

05 Un prix est augmenté de 50 %. Le coefficient multiplicateur associé est :

$$C = 1 + t = 1 + \frac{50}{100} = 1,5$$

06 Un prix est augmenté de 100 %. Le coefficient multiplicateur associé est :

$$C = 1 + t = 1 + \frac{100}{100} = 2$$

07 Un prix est diminué de 70 %. Le coefficient multiplicateur associé est :

$$C = 1 + t = 1 + \left(-\frac{70}{100}\right) = 1 - 0,7 = 0,3$$

08 Un prix est augmenté de 22 %. Le coefficient multiplicateur associé est :

$$C = 1 + \frac{22}{100} = 1,22$$

09 Un prix est diminué de 50 %. Le coefficient multiplicateur associé est :

$$C = 1 + \left(-\frac{50}{100}\right) = 1 - 0,5 = 0,5$$

10 Un prix est augmenté de 100 %. Le coefficient multiplicateur associé est :

$$C = 1 + \frac{100}{100} = 2$$

11 Un prix est augmenté de 200 %. Le coefficient multiplicateur associé est :

12 Un prix est diminué de 5 %. Le coefficient multiplicateur associé est :

13 Un prix est augmenté de 5 %. Le coefficient multiplicateur associé est :

14 Augmenter un prix de 200 % revient à multiplier ce prix par :

$$C = 1 + k = 1 + \frac{200}{100} = 3$$

15 Diminuer un prix de 95 % revient à multiplier ce prix par :

16 Augmenter un prix de 7 % revient à multiplier ce prix par :

17 Diminuer un prix de 12 % revient à multiplier ce prix par :

$$C = 1 + k = 1 + \left(-\frac{12}{100}\right) = 1 - 0,12 = 0,88$$

18 Augmenter un prix de 19 % revient à multiplier ce prix par :

19 Diminuer un prix de 46 % revient à multiplier ce prix par :

20 Augmenter un prix de 21,5 % revient à multiplier ce prix par :

21 Diminuer un prix de 32,5 % revient à multiplier ce prix par :

22 Augmenter un prix de 1,6 % revient à multiplier ce prix par :

23 Diminuer un prix de 3,4 % revient à multiplier ce prix par :

24 Augmenter un prix de 1 % revient à multiplier ce prix par :

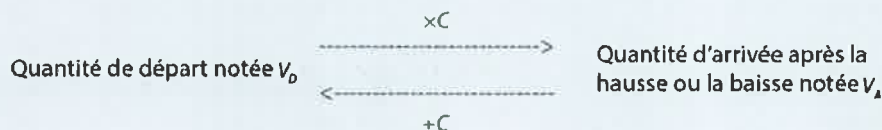
$$C = 1 + k = 1 + \frac{1}{100} = 1 + 0,01 = 1,01$$

4

Appliquer un taux d'évolution pour calculer une valeur finale ou initiale.

Rappel

On utilisera le schéma suivant :



Où C correspond au coefficient multiplicateur associé à une évolution de taux t .

Pour bien démarrer

01 L'opération qui permet de trouver V_A est :

$$\begin{array}{ccc}
 & \xrightarrow{\times 1,3} & \\
 25 \text{ €} & & V_A \\
 & \xleftarrow{\div 1,3} &
 \end{array}$$

$25 \times 1,3 = V_A \Rightarrow V_A = 32,5$

02 L'opération qui permet de trouver V_D est :

$$\begin{array}{ccc}
 & \xrightarrow{\times 1,3} & \\
 V_D & & 39 \text{ €} \\
 & \xleftarrow{\div 1,3} &
 \end{array}$$

$\frac{39}{1,3} = V_D \Rightarrow V_D = 30$

03 On sait qu'un article qui coûte 18 € est augmenté de 30 %. Dans le schéma ci-dessous, placer correctement le 18 € :

$$\begin{array}{ccc}
 & \xrightarrow{\times 1,3} & \\
 18 & & \\
 & \xleftarrow{\div 1,3} &
 \end{array}$$

04 Après une hausse de 20 %, un article coûte 18 €. Dans le schéma ci-dessous, placer correctement le 18 € :

$$\begin{array}{ccc}
 & \xrightarrow{\times 1,2} & \\
 & & 18 \\
 & \xleftarrow{\div 1,2} &
 \end{array}$$

05 Le coefficient multiplicateur associé à une hausse de

40 % est $C = 1 + \frac{40}{100} = 1,4$

06 Le coefficient multiplicateur associé à une baisse de

15 % est $C = 1 + \frac{(-15)}{100} = 0,85$

07 Le coefficient multiplicateur associé à une baisse de

25 % est $C = 1 + \frac{(-25)}{100} = 0,75$

08 Le coefficient multiplicateur associé à une hausse de

10 % est $C = 1 + \frac{10}{100} = 1,1$

Pas à pas

09 Un article coûte 180 € et subit une baisse de 30 %. On veut connaître son nouveau prix.

a. Le coefficient multiplicateur C associé à cette baisse est $C = 1 + \frac{(-30)}{100} = 1 - 0,3 = 0,7$

b. Compléter alors le schéma suivant :

$$\begin{array}{ccc}
 & \xrightarrow{\times 0,7} & \\
 180 & & 126 \\
 & \xleftarrow{\div 0,7} &
 \end{array}$$

c. La bonne opération pour calculer le nouveau prix est :

$180 \times 0,7$

d. En effectuant cette opération on trouve que le

nouveau prix est 126

10 Un article coûte 70 € et subit une hausse de 20 %. On veut connaître son nouveau prix.

a. Le coefficient multiplicateur C associé à cette hausse est $C = 1 + \frac{20}{100} = 1,2$

b. Compléter alors le schéma suivant :

$$\begin{array}{ccc}
 & \xrightarrow{\times \dots} & \\
 & \xleftarrow{\div \dots} &
 \end{array}$$

c. La bonne opération pour calculer le nouveau prix est :

d. En effectuant cette opération on trouve que le nouveau prix est

11 Après une hausse de 200 %, un article coûte 180 €. On veut connaître son ancien prix.

a. Le coefficient multiplicateur C associé à cette baisse est $C =$

b. Compléter alors le schéma suivant :



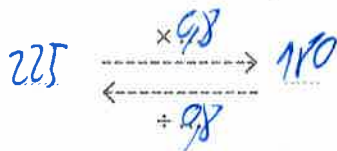
c. La bonne opération pour calculer le nouveau prix est :

d. En effectuant cette opération on trouve que le nouveau prix est

12 Après une baisse de 20 %, un article coûte 180 €. On veut connaître son ancien prix.

a. Le coefficient multiplicateur C associé à cette baisse est $C = 1 + t = 1 + (-\frac{20}{100}) = 1 - 0,2 = 0,8$

b. Compléter alors le schéma suivant :



c. La bonne opération pour calculer le nouveau prix est : $\frac{180}{0,8}$

d. En effectuant cette opération on trouve que le nouveau prix est 225

Pour s'exercer

13 Une plante mesure 120 cm. Elle grandit de 10 % en une semaine. Quelle est sa nouvelle hauteur ?

$$C = 1 + t = 1 + \frac{10}{100} = 1 + 0,1 = 1,1$$

$$120 \times 1,1 = 132 \text{ cm}$$

14 Une population de papillons est de 80 individus. Elle augmente de 300 % après une période de reproduction. Quelle est la nouvelle population ?

15 Après une baisse de 80 %, une réserve d'eau contient 24 litres. Quelle était sa quantité initiale ?

16 Après une baisse de 25 %, un stock de livres contient 90 unités. Quelle était la quantité initiale ?

17 Un sac de pommes contient 40 fruits. On ajoute 30 % de pommes supplémentaires. Combien y en a-t-il maintenant ?

18 Après une hausse de 10 %, une distance parcourue est de 72 km. Quelle était la distance initiale ?

19 Un article coûte 50 € et subit une baisse de 15 %. Donner son nouveau prix ?

20 Après une hausse de 70 %, une production atteint 107 unités. Quelle était la production initiale ?

21 Après une hausse de 2 %, une masse atteint 153 kg. Quelle était la masse initiale ?

$$C = 1 + t = 1 + \frac{2}{100} = 1 + 0,02 = 1,02$$

$$\frac{153}{1,02} = 150 \text{ kg}$$

5

Calculer un taux d'évolution, l'exprimer en pourcentage.

Rappel

On considère une quantité qui varie de V_D (valeur de départ) à V_A (valeur d'arrivée).

Le taux d'évolution qui permet de passer de V_D à V_A est :

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D}$$

Remarque : pour obtenir un taux d'évolution en % il suffit de multiplier le résultat de $\frac{V_A - V_D}{V_D}$ par 100.

Pas à pas

01 Un article est soldé. Son prix passe de 50 € à 42 €. On veut connaître l'évolution en pourcentage.

a. Ici $V_A = 42$
et $V_D = 50$

b. Nous avons $t = \frac{42 - 50}{50} = -0,16$

c. t est : ☒ négatif ☐ positif

donc l'évolution est une : ☒ une baisse ☐ une hausse
de : 15 %

02 Un litre de lait bio passe de 2 € à 2,30 €. On veut connaître l'évolution en pourcentage.

a. Ici $V_A = 2,30$
et $V_D = 2$

b. Nous avons $t = \frac{2,30 - 2}{2} = 0,15$

c. t est : ☐ négatif ☒ positif

donc l'évolution est une : ☐ une baisse ☒ une hausse
de : 15 %

03 Mes impôts locaux passent de 800 € à 920 €. On veut connaître l'évolution en pourcentage.

a. Ici $V_A = 920$
et $V_D = 800$

b. Nous avons $t = \frac{920 - 800}{800} = 0,15$

c. t est : ☐ négatif ☒ positif

donc l'évolution est une : ☐ une baisse ☒ une hausse
de : 15 %

04 Un garagiste fait un geste commercial : la facture de 900 € passe à 855 €. On veut connaître l'évolution en pourcentage.

a. Ici $V_A = 855$
et $V_D = 900$

b. Nous avons $t = \frac{855 - 900}{900} = -0,05$

c. t est : ☒ négatif ☐ positif

donc l'évolution est une : ☒ une baisse ☐ une hausse
de : 5 %

Pour s'exercer

05 La population de la France est passée en quelques années de 60 millions d'habitants à 66 millions d'habitants. Quel est le pourcentage de hausse associé ?

$$V_D = 60 \quad V_A = 66 \quad t = \frac{V_A - V_D}{V_D} = \frac{66 - 60}{60} = 0,1$$

$$0,1 \times 100 = 10 \%$$

06 La bouteille de jus d'orange bio qui coûte habituellement 3 € est au prix de 2,10 € aujourd'hui. Quel est en pourcentage le montant de la remise ?

07 Il y a deux ans, une voiture coûtait 15 000 €. Aujourd'hui, son prix est de 12 000 €. De quel pourcentage a-t-il baissé ?

08 En 5 ans, la baguette de pain d'un boulanger est passée de 0,80 € à 1,10 €. De quel pourcentage le prix de la baguette a-t-il augmenté en 5 ans ?

09 J'ai acheté il y a 15 ans mon appartement à 90 000 euros. Je viens de le revendre 170 000 €. Donner le taux d'évolution du prix de mon appartement sur ces 15 ans sous la forme d'une fraction irréductible.

10 J'ai acheté il y a 5 ans un vélo au prix de 210 €. Je viens de le revendre d'occasion au prix de 70 €. De quel pourcentage mon vélo a-t-il baissé en 5 ans ? Donner le résultat arrondi à 0,1 près.

$$V_0 = 210$$

$$V_A = 70$$

$$t = \frac{V_A - V_0}{V_0} = \frac{70 - 210}{210} = -0,7$$

$$-0,7 \times 100 = -70\%$$

11 L'indice de performance d'une entreprise est passé de 110 à 115,5. Quelle est l'évolution en pourcentage de l'indice de performance de cette entreprise ?

12 On considère une suite u . On sait que $u_1 = 25$ et que $u_2 = 27$. Quel est le taux d'évolution entre u_1 et u_2 ?

$$u_1 = 25$$

$$u_2 = 27$$

$$t = \frac{u_2 - u_1}{u_1} = \frac{27 - 25}{25} = 0,08$$

$$0,08 \times 100 = 8\%$$

13 On considère une suite v . On sait que $v_0 = 12,5$ et que $v_1 = 10$. Quel est le taux d'évolution entre v_0 et v_1 ?

14 Le chiffre d'affaires d'une entreprise est passé en un an de 120 000 € à 102 000 €. Quelle est l'évolution en pourcentage du chiffre d'affaires de cette entreprise sur la dernière année ?

15 Devant une demande en baisse, une entreprise est passée de 80 000 composants électroniques produits par jour à 75 000. Quelle est l'évolution du nombre de composants électroniques produits par jour de cette entreprise ? Donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible et d'un pourcentage.

$$V_0 = 80000$$

$$V_A = 75000$$

$$t = \frac{V_A - V_0}{V_0} = \frac{75000 - 80000}{80000} = -0,0625$$

$$-0,0625 \times 100 = -6,25\%$$

16 En 1700, la population mondiale était estimée à 650 millions d'individus. Aujourd'hui, elle est estimée à 7 milliards d'individus. Quelle est l'évolution exprimée en pourcentage du nombre d'individus sur Terre depuis l'année 1700 ?

$$7 \text{ milliards} = 7000 \text{ millions}$$

$$\frac{7000 - 650}{650} = 9,8$$

$$9,8 \times 100 = 980\%$$

6

Calculer le taux d'évolution équivalent à plusieurs évolutions successives.

Rappel

On considère n évolutions successives de taux $t_1, t_2, \dots, t_n$

Pour calculer le taux d'évolution global on procède ainsi :

1. On calcule pour chaque taux $t_1, t_2, \dots, t_n$ le coefficient multiplicateur associé $C_1, C_2, \dots, C_n$ en utilisant les formules :

$$C_i = 1 + t_i$$

2. On calcule le **coefficient global** C_G en utilisant la formule :

$$C_G = C_1 \times C_2 \times \dots \times C_n$$

3. On calcule le taux global t_G en utilisant la formule :

$$t_G = C_G - 1$$

Pour bien démarrer

- 01 Le coefficient multiplicateur associé à une hausse de

7 % est $C = 1 + \frac{7}{100} = 1,07$

- 02 Le coefficient multiplicateur associé à une baisse de

7 % est $C = 1 + \left(-\frac{7}{100}\right) = 1 - 0,07 = 0,93$

- 03 Le coefficient multiplicateur associé à une évolution est 1,32. Calculer le taux en pourcentage de cette évolution.

$t = 1,32 - 1 = 0,32 \times 100 = 32 \%$

- 04 Le coefficient multiplicateur associé à une évolution est 1,07. Calculer le taux en pourcentage de cette évolution.

$t = 1,07 - 1 = 0,07 \times 100 = 7 \%$

- 05 Le coefficient multiplicateur associé à une évolution est 0,9. Calculer le taux en pourcentage de cette évolution.

$t = 0,9 - 1 = -0,1 = -10 \%$

- 06 Le coefficient multiplicateur associé à une évolution est 0,98. Calculer le taux en pourcentage de cette évolution.

$t = 0,98 - 1 = -0,02 \times 100 = -2 \%$

Pas à pas

- 07 La première année, le cours d'une action a augmenté de 50 %. L'année suivante, le cours de cette action a

augmenté de 20 %. On s'intéresse au taux d'évolution global noté t_G sur l'ensemble des deux années.

- a. Coefficient multiplicateur associé à la première évolution :

$C_1 = 1 + t_1 = 1 + \frac{50}{100} = 1 + 0,5 = 1,5$

Coefficient multiplicateur associé à la deuxième année :

$C_2 = 1 + t_2 = 1 + \frac{20}{100} = 1 + 0,2 = 1,2$

- b. Le coefficient multiplicateur C_G associé à la hausse globale est :

$C_G = C_1 \times C_2 = 1,5 \times 1,2 = 1,8$

- c. Le taux global associé à ces deux évolutions est alors :

$t_G = C_G - 1 = 1,8 - 1 = 0,8 = 80 \%$

- 08 Le prix d'un vaccin a augmenté de 10 % une année. L'année suivante, le prix de ce vaccin a diminué de 40 %. On s'intéresse au taux d'évolution global noté t_G , sur l'ensemble de ces deux années.

- a. Coefficient multiplicateur associé à ces deux évolutions :

$C_1 = 1 + t_1 = 1 + \frac{10}{100} = 1 + 0,1 = 1,1$

$C_2 = 1 + t_2 = 1 + \left(-\frac{40}{100}\right) = 1 - 0,4 = 0,6$

- b. Le coefficient multiplicateur C_G associé à l'évolution globale est :

$C_G = C_1 \times C_2 = 1,1 \times 0,6 = 0,66$

- c. Le taux global associé à ces deux évolutions est alors :

$t_G = C_G - 1 = 0,66 - 1 = -0,34 = -34 \%$

- 09 La taxe d'habitation d'une ville a diminué trois années de suite. La première année, elle a diminué de 10 %. La

deuxième année, elle a diminué de 20 %. Et la troisième année, elle a diminué de 30 %. On veut connaître la baisse globale due à la taxe d'habitation sur l'ensemble des trois années.

a. Coefficient multiplicateur associé à ces trois évolutions :

$$C_1 = 1 + t_1 = 1 - 0,1 = 0,9$$

$$C_2 = 1 + t_2 = 1 - 0,2 = 0,8$$

$$C_3 = 1 + t_3 = 1 - 0,3 = 0,7$$

b. Le coefficient multiplicateur C_G associé à la baisse globale est :

$$C_G = C_1 \times C_2 \times C_3 = 0,9 \times 0,8 \times 0,7 = 0,504$$

c. Le taux global associé à ces trois évolutions est alors :

$$t_G = C_G - 1 = 0,504 - 1 = -0,496 = -49,6 \%$$

Pour s'exercer

10 Le coût de fabrication d'un smartphone a baissé de 30 % puis de 20 %. Quel est le taux d'évolution global suite à ces deux baisses ?

$$C_1 = 1 - 0,3 = 0,7$$

$$C_2 = 1 - 0,2 = 0,8$$

$$C_G = 0,7 \times 0,8 = 0,56$$

$$t_G = 0,56 - 1 = -0,44 = -44 \%$$

11 Le coût de fabrication d'un bureau a baissé de 30 % puis augmenté de 30 %. Quel est le taux d'évolution global suite à ces deux évolutions ?

12 Les auteurs d'un ouvrage ont subi une baisse de revenu de 20 %, suivie d'une baisse de revenu de 30 %, suivie d'une hausse de revenu de 50 %. Quel est le taux d'évolution global des revenus des auteurs suite à ces trois évolutions ?

$$C_1 = 1 - 0,2 = 0,8$$

$$C_2 = 1 - 0,3 = 0,7$$

$$C_3 = 1 + 0,5 = 1,5$$

$$C_G = 0,8 \times 0,7 \times 1,5 = 0,84$$

$$t_G = 0,84 - 1 = -0,16 = -16 \%$$

13 Le PIB d'un pays a augmenté successivement de 5 % puis de 9 %. Quel est le taux d'évolution global suite à ces deux hausses ?

14 Une quantité subit une hausse de 7 %, suivie d'une hausse de 20 %. Quelle est l'évolution globale suite à ces deux évolutions ?

15 Une quantité subit une hausse de 7 % suivie d'une baisse de 20 %.

Quelle est l'évolution globale suite à ces deux évolutions ?

16 Une quantité subit une baisse de 7 % suivie d'une baisse de 20 %.

Quelle est l'évolution globale suite à ces deux évolutions ?

17 Une quantité subit une hausse de 10 % suivie d'une hausse de 10 %.

Quelle est l'évolution globale suite à ces deux évolutions ?

$$C_1 = 1 + 0,1 = 1,1$$

$$C_2 = 1 + 0,1 = 1,1$$

$$C_G = 1,1 \times 1,1 = 1,21$$

$$t_G = 1,21 - 1 = 0,21 = 21 \%$$

18 Une quantité subit une hausse de 10 % suivie d'une baisse de 10 %.

Quelle est l'évolution globale suite à ces deux évolutions ?

19 Une quantité subit une baisse de 10 % suivie d'une baisse de 10 %.

Quelle est l'évolution globale suite à ces deux évolutions ?

20 Une quantité subit une hausse de 40 % suivie d'une hausse de 50 %.

Quelle est l'évolution globale suite à ces deux évolutions ?

21 Une quantité subit une hausse de 40 % suivie d'une baisse de 50 %.

Quelle est l'évolution globale suite à ces deux évolutions ?

$$C_1 = 1 + 0,4 = 1,4$$

$$C_2 = 1 - 0,5 = 0,5$$

$$C_G = 1,4 \times 0,5 = 0,7$$

$$t_G = 0,7 - 1 = -0,3 = -30 \%$$

22 Une quantité subit une baisse de 40 % suivie d'une baisse de 40 %.

Quelle est l'évolution globale suite à ces deux évolutions ?

23 Une quantité subit une hausse de 50 % suivie d'une hausse de 50 %.

Quelle est l'évolution globale suite à ces deux évolutions ?

24 Une quantité subit une hausse de 50 % suivie d'une baisse de 50 %.

Quelle est l'évolution globale suite à ces deux évolutions ?

25 Une quantité subit une baisse de 50 % suivie d'une baisse de 50 %.

Quelle est l'évolution globale suite à ces deux évolutions ?

$$G_1 = 1 - 0,5 = 0,5 \quad G_2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$$
$$C_2 = 1 - 0,5 = 0,5 \quad t_f = 0,25 - 1 = -0,75$$
$$= 75\%$$

26 Une quantité subit une baisse de 25 % suivie d'une hausse de 10 %.

Quelle est l'évolution globale suite à ces deux évolutions ?

27 Une quantité subit une baisse de 25 % suivie d'une baisse de 10 %.

Quelle est l'évolution globale suite à ces deux évolutions ?

28 Une quantité subit une hausse de 25 % suivie d'une baisse de 10 %.

Quelle est l'évolution globale suite à ces deux évolutions ?

$$C_1 = 1 + 0,25 = 1,25 \quad C_2 = 1,25 \cdot 0,9 = 1,125$$

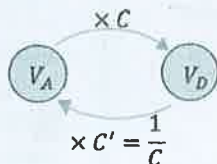
$$C_2 = 1 - 0,1 = 0,9 \quad \frac{1,125}{0,9} - 1 = 0,25 = 25\%$$

7 Calculer un taux d'évolution réciproque.

Rappel

Exemple : Lorsqu'un article passe de 20 € à 25 € il augmente de 25 %. Le **taux réciproque** est le taux à appliquer à 25 € pour retrouver le prix initial de 20 €.

Comment calculer ce taux réciproque t' ?



Méthode 1 : lorsqu'on connaît uniquement l'évolution t

1. On calcule le coefficient multiplicateur C associé à l'évolution de taux t , en appliquant la formule $C = 1 + t$.

2. On calcule le coefficient multiplicateur C' associé au taux réciproque cherché t' en utilisant la formule :

$$C' = \frac{1}{C}$$

3. On calcule le taux réciproque t' en utilisant la formule $t' = C' - 1$.

Méthode 2 : lorsqu'on connaît la valeur de départ V_D et la valeur d'arrivée V_A

Le taux réciproque est le taux faisant passer de V_D à V_A . On applique donc la formule $\frac{V_A - V_D}{V_D}$ en y inversant les valeurs V_D et V_A .

Pour bien démarrer

01 On a $0,6 = \frac{6}{10}$. Alors :

$$0,6 \times C = 1 \Leftrightarrow \frac{6}{10} \times C = 1 \Leftrightarrow C = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

Résoudre de la même manière les équations suivantes :

a. $1,7 \times C = 1$

$$\frac{17}{10} \times C = 1 \Leftrightarrow C = \frac{10}{17}$$

b. $0,2 \times C = 1$

$$\frac{2}{10} \times C = 1 \Leftrightarrow C = \frac{10}{2} = 5$$

c. $3,5 \times C = 1$

$$\frac{35}{10} \times C = 1 \Leftrightarrow C = \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$$

02 Une quantité passe de 12 € à 15 €. Quel est le taux d'évolution associé ?

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D} = \frac{15 - 12}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

03 Une quantité passe de 25 € à 22,5 €. Quel est le taux d'évolution associé ?

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D} = \frac{22,5 - 25}{25} = \frac{-2,5}{25} = -0,1 = -10\%$$

Pas à pas

04 Calculer un taux réciproque avec la méthode 1

On veut déterminer le taux réciproque associé à une hausse de 25 %.

a. **Etape 1 :** Le coefficient multiplicateur associé à cette hausse est

$$C = 1 + \frac{25}{100} = 1,25$$

b. **Etape 2 :** On a $C \times C' = 1$ donc $1,25 \times C' = 1$.

Résoudre cette équation en vous inspirant de l'exercice 1. Mettre C' sous forme décimale.

$$C' = \frac{1}{1,25} = 0,8$$

c. **Etape 3 :** On a $t' = C' - 1$. Calculer t' , donner le résultat en %.

$$t' = 0,8 - 1 = -0,2 \times 100 = -20\%$$

05 Calculer le taux réciproque avec la méthode 2

On veut déterminer le taux réciproque associé à une hausse de 25 %.

a. Si une quantité coûte 100 € elle coutera après une hausse de 25 % : 125 €.

$$100 \times 1,25 = 125$$

b. Le taux réciproque correspond alors au taux d'évolution permettant de passer de $V_D = 125$ € à $V_A = 100$ € est :

$$t' = \frac{V_A - V_D}{V_D} = \frac{100 - 125}{125} = \frac{-25}{125} = -\frac{25}{125} = -\frac{1}{5} = -0,2 = -20\%$$

06 Calculer un taux réciproque avec la méthode 1 (bis) :

On veut déterminer le taux réciproque associé à une baisse de 60 %.

a. Etape 1 : Le coefficient multiplicateur associé à cette hausse est

$$C = 1 + \left(\frac{-60}{100} \right) = 0,4$$

b. Etape 2 : On a $C \times C' = 1$ donc $0,4 \times C' = 1$.

Résoudre cette équation en vous inspirant de l'exercice 1.

Mettre C' sous forme décimale.

$$\frac{4}{10} \times C' = 1 \Leftrightarrow C' = \frac{10}{4} = \frac{5 \times 2}{2 \times 2} = \frac{5}{2} = 2,5$$

c. Etape 3 : On a $t' = C' - 1$. Calculer t' , donner le résultat en %.

$$t' = 2,5 - 1 = 1,5 \times 100 = 150\%$$

07 Calculer le taux réciproque avec la méthode 2 (bis)

On veut déterminer le taux réciproque associé à une baisse de 60 %.

a. Si une quantité coûte 100 € elle couvrira après une baisse de 60 % : 40 €.

b. Le taux réciproque correspond alors au taux d'évolution permettant de passer de $V_D = 40$ € à $V_A = 100$ € est :

$$t' = \frac{100 - 40}{40} = 1,5 \times 100 = 150\%$$

Pour s'exercer

08 Déterminer le taux réciproque associé à une hausse de 150 %.

$$C = 1 + 1,5 = 2,5 \quad 2,5 \times C' = 1$$

$$t = 0,4 - 1 = -0,6 \quad \frac{2,5}{10} \times C' = 1 \Leftrightarrow C' = \frac{10}{2,5} = \frac{10}{\frac{25}{10}} = \frac{10 \times 10}{25} = \frac{100}{25} = 4$$

$$t' = 4 - 1 = 3 = 300\%$$

09 Déterminer le taux réciproque associé à une hausse de 50 %. Donner ce taux sous forme fractionnaire.

10 Déterminer le taux réciproque associé à une baisse de 80 %.

11 Déterminer le taux réciproque associé à une baisse de 20 %.

12 Déterminer le taux réciproque associé à une hausse de 30 %. Donner le résultat sous forme fractionnaire.

13 Déterminer le taux réciproque associé à une hausse de 100 %.

14 Déterminer le taux réciproque associé à une hausse de 200 %.

15 Déterminer le taux réciproque associé à une baisse de 25 %.

$$C = 1 - 0,25 = 0,75 \quad 0,75 \times C' = 1$$

$$\frac{75}{100} \times C' = 1 \Leftrightarrow C' = \frac{100}{75} = \frac{4}{3}$$

$$t' = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3} = 33,33\%$$

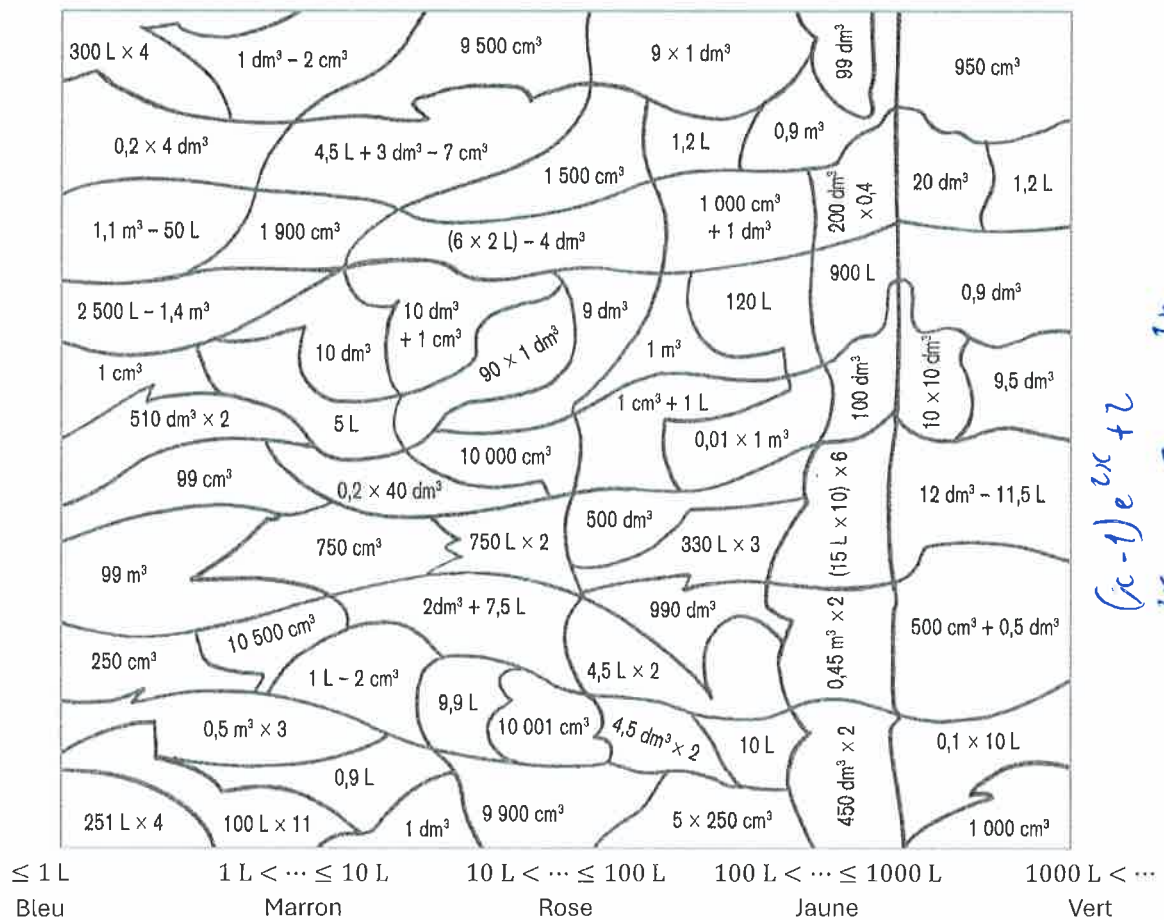
16 Déterminer le taux réciproque associé à une baisse de 30 %.

17 Déterminer le taux réciproque associé à une baisse de 95 %.

18 Déterminer le taux réciproque associé à une baisse de 40 %.

19 Déterminer le taux réciproque associé à une baisse de 50 %.

MATHÉMATIQUES



Mètre cube	Décimètre cube			Centimètre cube			Millimètre cube		
m³	dm³			cm³			mm³		
	hectolitre	décalitre	litre	déclitre	centilitre	millilitre			
	hℓ	daℓ	ℓ	dℓ	cl	ml			

Calculs numériques et algébriques

8. Comparer deux nombres directement ou par calcul : de leur différence ; s'ils sont strictement positifs, de leur quotient.
9. Effectuer des opérations et des comparaisons entre des fractions simples
10. Effectuer des opérations sur les puissances
11. Passer d'une écriture d'un nombre à une autre (décimale, fractionnaire, pourcentage)
12. Estimer un ordre de grandeur
13. S'assurer de la vraisemblance, de la cohérence d'un résultat.
14. Effectuer des conversions d'unités : longueurs, aires, volumes, contenances, durées, vitesses, masses.

8

Comparer deux nombres directement ou par calcul : de leur différence ; s'ils sont strictement positifs, de leur quotient.

Rappel

Pour comparer deux nombres, on peut :

Lire directement leur position sur la droite numérique (ex : $340 < 350$ car 350 est plus à droite que 340).



Calculer leur différence $a - b$:

- Si le résultat est **positif**, alors $a > b$
- Si le résultat est **nul**, alors $a = b$
- Si le résultat est **négatif**, alors $a < b$

Si les deux nombres sont **strictement positifs**, on peut aussi comparer leur **quotient** $\frac{a}{b}$:

- Si $\frac{a}{b} > 1$ alors $a > b$
- Si $\frac{a}{b} = 1$ alors $a = b$
- Si $\frac{a}{b} < 1$ alors $a < b$

Pas à pas

01 Calculez les différences entre les deux nombres proposés. Indiquez si le premier est plus grand, égal ou plus petit que le second.

Exemple : $5,2 - 3,9 = 1,3 \Rightarrow 3,9 < 5,2$

- a. $4,1 - 2,6 = \dots \Rightarrow \dots < \dots$
- b. $-3,5 - (-4,1) = \dots \Rightarrow \dots < \dots$
- c. $-1,2 - 0,8 = \dots \Rightarrow \dots < \dots$
- d. $0,3 - (-0,5) = \dots \Rightarrow \dots < \dots$

02 Effectuez les divisions suivantes (sans calculatrice) et comparez les deux nombres **strictement positifs**.

Exemple : $\frac{3,5}{1,4} = \frac{35}{14} = \frac{7 \times 5}{7 \times 2} = \frac{5}{2} = 2,5 > 1 \Rightarrow 3,5 > 1,4$

- a. $\frac{0,12}{0,15} = \dots = \dots$
 $\dots \Rightarrow \dots < \dots$
- b. $\frac{2,1}{3} = \dots = \dots$
 $\dots \Rightarrow \dots < \dots$
- c. $\frac{0,12}{0,15} = \dots = \dots$
 $\dots \Rightarrow \dots < \dots$
- d. $\frac{0,12}{0,15} = \dots = \dots$
 $\dots \Rightarrow \dots < \dots$

Pour s'exercer

03 Comparer les deux nombres suivants en calculant une différence :

a. 7,2 et 6,8

$$7,2 - 6,8 = 0,4$$

b. -2 et -3

$$-2 - (-3) = -2 + 3 = 1$$

c. 0,5 et -0,5

$$0,5 - (-0,5) = 0,5 + 0,5 = 1,0$$

d. -1,3 et -2,7

04 Comparer les deux nombres suivants en calculant un quotient.

a. 4,5 et 3

b. 2 et 5

c. 5 et 6

d. 0,4 et 0,8

05 Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

- | | | |
|------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1. $0,9 < 0,89$ | ☐ vrai | ☐ faux |
| 2. $-1,5 > -1,2$ | ☐ vrai | ☐ faux |
| 3. $0,9 < 0,89$ | ☐ vrai | ☐ faux |
| 4. $1 = 1,000$ | ☐ vrai | ☐ faux |
| 5. $\frac{1}{3} = 0,3$ | ☐ vrai | ☐ faux |
| 6. $0,75 < 0,750$ | ☐ vrai | ☐ faux |
| 7. $-3,4 < -3,405$ | ☐ vrai | ☐ faux |

06 Comparer les deux nombres suivants par calcul de leur différence :

a. 12,4 et 9,6

b. $-7,5$ et $-7,2$

c. 3 et -3

d. 0 et $-0,1$

07 Trier les nombres suivant dans l'ordre croissant :

3,4 ; 2,9 ; -1 ; 0 ; $-2,7$

08 Trier les nombres suivant dans l'ordre décroissant :

5 ; 4,99 ; 5,01 ; 0 ; $-0,01$

09 Compléter avec $<$, $=$ ou $>$.

- | | | |
|------------------|-----|---------------|
| a. 4,8 | $<$ | 4,81 |
| b. $-3,2$ | $<$ | $-3,19$ |
| c. 7 | $>$ | 6,999 |
| d. 0,25 | $=$ | $\frac{1}{4}$ |
| e. $\frac{2}{5}$ | $<$ | 0,6 |

9

Effectuer des opérations et des comparaisons entre des fractions simples.

Rappel

Soient a, b, c, d et k des réels avec b, d et k non nuls.

- Pour **additionner** (ou **soustraire**) des fractions ayant le même dénominateur il suffit d'additionner (ou soustraire) les numérateurs et de conserver le dénominateur commun :

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$$

NB : Pour additionner ou soustraire des fractions il faut d'abord les réduire au même dénominateur.

- Pour **multiplier** deux fractions il suffit de multiplier les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

- **Diviser** par une fraction revient à multiplier par son inverse :

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

- Une fraction ne change pas si on multiplie (ou divise) le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

NB : Cette égalité permet de **simplifier** des fractions ou de **mettre au même dénominateur** pour pouvoir faire des additions.

- Si deux fractions ont même dénominateur positif elles sont rangées dans l'ordre croissant de leur numérateur. Autrement dit, si $b > 0$ alors :

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow a < c$$

NB : Cette propriété permet de **comparer** des fractions.

- Pour **comparer** des fractions ayant même dénominateur positif on peut utiliser le produit en croix. Si b et d sont positifs :

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad < bc$$

Pour bien démarrer

01 En s'inspirant de l'exemple suivant, rendre les fractions proposées irréductibles.

Exemple : $\frac{154}{98} = \frac{154 \div 2}{98 \div 2} = \frac{77}{49} = \frac{77 \div 7}{49 \div 7} = \frac{11}{7}$

a. $\frac{240}{126} = \frac{240 \div \dots}{126 \div \dots} = \frac{120}{53}$
 $= \frac{120 \div \dots}{63 \div \dots} = \dots$

b. $\frac{525}{200} = \frac{525 \div \dots}{200 \div \dots} = \frac{105}{40}$
 $= \frac{105 \div \dots}{40 \div \dots} = \dots$

c. $\frac{63}{42} = \dots$

d. $\frac{420}{990} = \dots$

e. $\frac{224}{756} = \dots\dots\dots$

Pas à pas

02 En s'inspirant de l'exemple calculer les différentes sommes proposées. Ecrire le résultat sous forme de fraction irréductible.

Exemple : $\frac{7}{12} + \frac{11}{12} = \frac{7+11}{12} = \frac{18}{12} = \frac{18 \div 6}{12 \div 6} = \frac{3}{2}$

a. $\frac{1}{4} + \frac{5}{4} = \frac{\quad}{4} = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

b. $\frac{7}{4} + \frac{8}{4} = \frac{\quad}{4} = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

c. $\frac{1}{100} + \frac{19}{100} = \frac{\quad}{100} = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

03 En s'inspirant de l'exemple calculer les différentes sommes proposées. Ecrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

Exemple : $\frac{5}{7} + \frac{9}{16} = \frac{5 \times 16}{7 \times 16} + \frac{9 \times 7}{16 \times 7} = \frac{80}{112} + \frac{63}{112} = \frac{143}{112}$

a. $\frac{9}{4} + \frac{11}{5} = \frac{9 \times \quad}{4 \times \quad} + \frac{11 \times \quad}{5 \times \quad} = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

b. $\frac{2}{7} + \frac{88}{35} = \frac{2 \times \quad}{7 \times \quad} + \frac{88 \times \quad}{35 \times \quad} = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

c. $\frac{3}{5} + \frac{11}{12} = \frac{3 \times \quad}{5 \times \quad} + \frac{11 \times \quad}{12 \times \quad} = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

04 En s'inspirant de l'exemple calculer les différents produits proposés. Ecrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

Exemple : $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{1 \times 3}{2 \times 4} = \frac{3}{8}$

a. $\frac{5}{6} \times \frac{7}{8} = \frac{\quad}{\quad} = \dots\dots\dots$

b. $\frac{13}{14} \times \frac{15}{16} = \frac{\quad}{\quad} = \dots\dots\dots$

c. $\frac{9}{10} \times \frac{11}{12} = \frac{\quad}{\quad} = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

05 En s'inspirant de l'exemple calculer les différents produits proposés. Ecrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

Exemple : $\frac{2}{11} \div \frac{7}{5} = \frac{2}{11} \times \frac{5}{7} = \frac{10}{77}$

a. $\frac{1}{7} \div \frac{6}{5} = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

b. $\frac{1}{7} \div \frac{6}{5} = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

c. $\frac{9}{10} \div \frac{3}{8} = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

06 En s'inspirant de l'exemple comparer les fractions suivantes.

Exemple : $\frac{5}{7}$ et $\frac{19}{7}$. Les fractions ont même dénominateur positif : 7 et $5 < 19$ donc $\frac{5}{7} < \frac{19}{7}$.

a. $\frac{150}{19}$ et $\frac{25}{19}$. Les fractions ont même dénominateur

positif : et 150 25 donc $\frac{150}{19}$ $\frac{25}{19}$.

b. $\frac{21}{34}$ et $\frac{77}{34}$. Les fractions ont même dénominateur positif :

..... et 21 77 donc $\frac{21}{34}$ $\frac{77}{34}$.

07 En s'inspirant de l'exemple comparer les fractions suivantes.

Exemple : $-\frac{3}{10}$ et $-\frac{7}{10}$.

Ici les fractions sont négatives. On porte le signe « - » au numérateur. Cela revient donc à comparer $\frac{-3}{10}$ et $\frac{-7}{10}$.

Les fractions ont même dénominateur positif : 10.

On compare alors les numérateurs :

$-3 > -7$ donc $-\frac{3}{10} > -\frac{7}{10}$.

a. $-\frac{5}{9}$ et $-\frac{11}{9}$.

Ici les fractions sont négatives. On porte le signe « - » au numérateur. Cela revient donc à comparer et

Les fractions ont même dénominateur positif :

On compare alors les numérateurs :

....., donc

b. $-\frac{65}{27}$ et $-\frac{151}{27}$.

Ici les fractions sont négatives. On porte le signe « - » au numérateur. Cela revient donc à comparer et

Les fractions ont même dénominateur positif :

On compare alors les numérateurs :

....., donc

08 En s'inspirant de l'exemple comparer les fractions positives suivantes.

Exemple : $\frac{2}{5}$ et $\frac{11}{14}$

On calcule les produits $2 \times 14 = 28$ et $5 \times 11 = 55$.

On compare les produits : $28 < 55$ donc $\frac{2}{5} < \frac{11}{14}$.

a. $\frac{5}{6}$ et $\frac{7}{8}$

On calcule les produits $\times$ = et $\times$ =

On compare les produits : donc

b. $\frac{2}{7}$ et $\frac{7}{29}$

On calcule les produits $\times$ = et $\times$ =

On compare les produits : donc

09 En s'inspirant de l'exemple comparer les fractions positives suivantes.

Exemple : $-\frac{3}{17}$ et $-\frac{5}{19}$

Ici les fractions sont négatives. On porte le signe « - » au numérateur. Cela revient donc à comparer $\frac{-3}{17}$ et $\frac{-5}{19}$.

On calcule les produits :

$-3 \times 19 = -57$ et $-5 \times 17 = -85$.

On compare les produits : $-57 > -85$ donc $-\frac{3}{17} > -\frac{5}{19}$.

a. $-\frac{16}{31}$ et $-\frac{3}{5}$

Ici les fractions sont négatives. On porte le signe « - » au numérateur. Cela revient donc à comparer et

On calcule les produits $\times$ = et $\times$ =

On compare les produits : donc

b. $-\frac{7}{10}$ et $-\frac{19}{30}$

Ici les fractions sont négatives. On porte le signe « - » au numérateur. Cela revient donc à comparer et

On calcule les produits $\times$ = et $\times$ =

On compare les produits : donc

Pour s'exercer

10 Calculer $\frac{11}{9} + \frac{10}{9}$. Donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

11 Calculer $\frac{15}{17} - \frac{6}{17}$. Donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

12 Calculer $\frac{5}{28} - \frac{12}{28}$. Donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

13 Calculer $\frac{4}{3} + \frac{9}{8}$. Donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

14 Calculer $\frac{7}{3} - \frac{5}{4}$. Donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

15 Calculer $\frac{8}{15} - \frac{1}{9}$. Donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

16 Calculer $\frac{8}{3} \times \frac{7}{16}$. Donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

17 Calculer $\frac{1}{8} \times \frac{2}{7}$. Donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

18 Calculer $\frac{7}{6} \div \frac{3}{8}$. Donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

19 Calculer $\frac{2}{7} \div \frac{8}{3}$. Donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

20 Calculer $\frac{4}{7} \div \frac{16}{9}$. Donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

.....

.....

21 Calculer $\frac{2}{9} \div \frac{2}{5}$. Donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

.....

.....

22 Comparer $\frac{2}{5}$ et $\frac{4}{5}$.

.....

.....

23 Comparer $-\frac{8}{7}$ et $-\frac{9}{7}$

.....

.....

24 Comparer $\frac{9}{2}$ et $\frac{6}{5}$.

.....

.....

25 Comparer $\frac{4}{7}$ et $\frac{5}{8}$.

.....

.....

26 Comparer $-\frac{9}{2}$ et $-\frac{2}{3}$.

.....

.....

27 Comparer $-\frac{3}{7}$ et $-\frac{7}{9}$.

.....

.....

Rappel

Soient a, b deux réels non nuls et m, n deux entiers relatifs.

$$\text{Si } n > 0, a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs } a} \quad \text{et} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^0 = 1$$

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Identités remarquables :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Pour bien démarrer

01 Écrire $37 \times 37 \times 37 \times 37 \times 37$ sous la forme d'une puissance de 37.

.....
.....

02 Écrire $\frac{1}{56^{58}}$ sous la forme d'une puissance de 56.

.....
.....

03 Écrire $7^5 \times 7^9$ sous la forme d'une puissance de 7.

.....
.....

04 Écrire $\frac{11^{15}}{11^{12}}$ sous la forme d'une puissance de 11.

.....
.....

05 Écrire $(2^8)^6$ sous la forme d'une puissance de 2.

.....
.....

06 Écrire $8^4 \times 9^4$ sous la forme d'une puissance de 72.

.....
.....

07 Écrire $\frac{40^9}{8^9}$ sous la forme d'une puissance de 5.

.....
.....

Pas à pas

08 Écrire 72 sous la forme $2^a \times 3^b$.

a. On commence par décomposer 72 à l'aide des tables de multiplication.

On a donc $72 = \dots \times \dots$

b. Ensuite, on décompose sous la forme d'une puissance de 2 et on décompose sous la forme d'une puissance de 3.

On a donc : $72 = 2^{\dots} \times 3^{\dots}$

09 Écrire 45^6 sous la forme $3^a \times 5^b$.

a. On commence par décomposer 45 à l'aide des tables de multiplication.

On a donc $45 = \dots \times \dots$

b. Ensuite, on décompose sous la forme d'une puissance de 3 et on décompose sous la forme d'une puissance de 5.

On a donc : $45 = 3^{\dots} \times 5^{\dots}$

c. Enfin on applique les règles sur les puissances pour écrire 45^6 sous la forme $3^a \times 5^b$:

$$45^6 = (3^{\dots} \times 5^{\dots})^6 = 3^{\dots \times 6} \times 5^{\dots \times 6} = 3^{\dots} \times 5^{\dots}$$

10 Écrire $36^5 \times 24^3$ sous la forme $2^a \times 3^b$.

a. On commence par décomposer 36 à l'aide des tables de multiplication.

On a donc $36 = \dots \times \dots$

b. Ensuite, on décompose $\dots$ sous la forme d'une puissance de 2 et on décompose $\dots$ sous la forme d'une puissance de 3.

c. Enfin, on applique les règles sur les puissances pour écrire 36^5 sous la forme $2^a \times 3^b$. On a donc :

$$36^5 = (2^{\dots} \times 3^{\dots})^5 = 2^{\dots \times 5} \times 3^{\dots \times 5} = 2^{\dots} \times 3^{\dots}$$

d. On décompose ensuite 24 à l'aide des tables de multiplication.

On a donc $24 = \dots \times \dots$

e. Ensuite, on décompose $\dots$ sous la forme d'une puissance de 2 et on décompose $\dots$ sous la forme d'une puissance de 3.

f. Enfin, on applique les règles sur les puissances pour écrire 24^3 sous la forme $2^a \times 3^b$. On a donc :

$$24^3 = (2^{\dots} \times 3^{\dots})^3 = 2^{\dots \times 3} \times 3^{\dots \times 3} = 2^{\dots} \times 3^{\dots}$$

g. A l'aide des règles sur les puissances on a alors :

$$36^5 \times 24^3 = 2^{\dots} \times 3^{\dots} \times 2^{\dots} \times 3^{\dots} \\ = 2^{\dots + \dots} \times 3^{\dots + \dots} = 2^{\dots} \times 3^{\dots}$$

11 Écrire $\frac{20^8}{100^4}$ sous la forme $2^a \times 5^b$.

a. On commence par décomposer 20 à l'aide des tables de multiplication.

On a donc $20 = \dots \times \dots$

b. Ensuite, on décompose $\dots$ sous la forme d'une puissance de 2 et on décompose $\dots$ sous la forme d'une puissance de 5.

c. Enfin, on applique les règles sur les puissances pour écrire 20^8 sous la forme $2^a \times 5^b$. On a donc :

$$20^8 = (2^{\dots} \times 5^{\dots})^8 = 2^{\dots \times 8} \times 5^{\dots \times 8} = 2^{\dots} \times 5^{\dots}$$

d. On décompose ensuite 100 à l'aide des tables de multiplication.

On a donc $100 = \dots \times \dots$

e. Ensuite, on décompose $\dots$ sous la forme d'une puissance de 2 et on décompose $\dots$ sous la forme d'une puissance de 5.

f. Enfin, on applique les règles sur les puissances pour écrire 100^4 sous la forme $2^a \times 5^b$. On a donc :

$$100^4 = (2^{\dots} \times 5^{\dots})^4 = 2^{\dots \times 4} \times 5^{\dots \times 4} = 2^{\dots} \times 5^{\dots}$$

g. A l'aide des règles sur les puissances on a alors :

$$\frac{20^8}{100^4} = \frac{2^{\dots} \times 5^{\dots}}{2^{\dots} \times 5^{\dots}} \\ = 2^{\dots - \dots} \times 5^{\dots - \dots} = 2^{\dots} \times 5^{\dots}$$

Pour s'exercer

12 Écrire 88 sous la forme $2^a \times 11^b$.

.....
.....

13 Écrire 94 sous la forme $2^a \times 47^b$.

.....
.....

14 Écrire 175 sous la forme $5^a \times 7^b$.

.....
.....

15 Écrire 64^5 sous la forme d'une puissance de 2.

.....
.....

16 Écrire 27^4 sous la forme d'une puissance de 3.

.....
.....

17 Écrire 125^7 sous la forme d'une puissance de 5.

.....
.....

18 Écrire 48×54 sous la forme $2^a \times 3^b$.

.....
.....

19 Écrire $75^4 \times 27^8$ sous la forme $3^a \times 5^b$.

.....
.....

20 Écrire $30^2 \times 12^3 \times 60^4$ sous la forme $2^a \times 3^b \times 5^c$.

.....
.....

21 Ecrire $\frac{42}{56}$ sous la forme $2^a \times 3^b \times 7^c$.

22 Ecrire $\frac{7^2}{63}$ sous la forme $2^a \times 7^b$.

23 Ecrire $\frac{75^8}{15^4}$ sous la forme $3^a \times 5^b$.

24 Ecrire $\frac{12^5}{3^4 \times 2^{11}}$ sous la forme $2^a \times 3^b$.

25 Ecrire $\frac{36^5}{8^3 \times 27^4}$ sous la forme $2^a \times 3^b$.

26 Ecrire $8 \times (7 \times 5)^5 \times \frac{5^2 \times 7^3}{7^4 \times 5^5} \times (7^{-2})^2$ sous la forme $2^a \times 5^b \times 7^c$.

27 Ecrire $9 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{5 \times 2^2}{(3^2 \times 2)^4}$ sous la forme $2^a \times 3^b \times 5^c$.

28 Ecrire $\frac{(3 \times 10 - 2)^3 \times (5^3 \times 10^4)^2}{6 \times 10^3 \times 25 \times 10^7}$ sous la forme $2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$.

Rappel

- Un pourcentage est une fraction dont le dénominateur est 100. Par exemple $12\% = \frac{12}{100} = 0,12$
- Une écriture décimale est une écriture avec une virgule, comme 0,12
- Une écriture fractionnaire est une écriture sous forme de fraction, comme $\frac{3}{4}$
- Ces trois formes peuvent représenter le même nombre : $0,25 = 25\% = \frac{1}{4}$

Pas à pas

01 En vous inspirant des exemples suivants, écrire sous forme irréductible.

Exemple : $0,6 = \frac{6}{10} = \frac{6 \div 2}{10 \div 2} = \frac{3}{5}$
 $0,75 = \frac{75}{100} = \frac{75 \div 5}{100 \div 5} = \frac{15}{20} = \frac{15 \div 5}{20 \div 5} = \frac{3}{4}$

a. $0,25 = \frac{25}{100} = \frac{25 \div 5}{100 \div 5} = \frac{5}{20} = \frac{5 \div 5}{20 \div 5} = \frac{1}{4}$

b. $0,4 = \frac{4}{10} = \frac{4 \div 2}{10 \div 2} = \frac{2}{5}$

c. $0,125 = \frac{125}{1000} = \frac{125 \div 125}{1000 \div 125} = \frac{1}{8}$

d. $0,005 = \frac{5}{1000} = \frac{5 \div 5}{1000 \div 5} = \frac{1}{200}$

e. $0,2 = \frac{2}{10} = \frac{2 \div 2}{10 \div 2} = \frac{1}{5}$

02 En vous inspirant de l'exemple suivant, écrire sous forme décimale.

Exemple : $\frac{7}{25} = \frac{7 \times 4}{25 \times 4} = \frac{28}{100} = 0,28$

a. $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 50}{2 \times 50} = \frac{50}{100} = 0,5$

b. $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 0,75$

c. $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 20}{5 \times 20} = \frac{40}{100} = 0,4$

d. $\frac{13}{125} = \frac{13 \times 8}{125 \times 8} = \frac{104}{1000} = 0,104$

03 Ecrire les pourcentages suivants sous forme décimale.

Exemple : $13,3\% = \frac{13,3}{100} = 0,133$

a. $10\% = \frac{10}{100} = 0,1$

b. $74\% = \frac{74}{100} = 0,74$

c. $6,4\% = \frac{6,4}{100} = 0,064$

d. $17,2\% = \frac{17,2}{100} = 0,172$

04 Ecrire les pourcentages suivants sous forme de fraction irréductible.

Exemple : $75\% = \frac{75}{100} = \frac{75 \div 25}{100 \div 25} = \frac{3}{4}$

a. $15\% = \frac{15}{100} = \frac{15 \div 5}{100 \div 5} = \frac{3}{20}$

b. $52\% = \frac{52}{100} = \frac{52 \div 4}{100 \div 4} = \frac{13}{25}$

c. $0,8\% = \frac{0,8}{100} = \frac{8}{10000} = \frac{8 \div 8}{10000 \div 8} = \frac{1}{1250}$

05 Passer du pourcentage à l'écriture décimale puis à la fraction irréductible.

Exemple : $60\% = 0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

a. $150\% = 1,5 = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

a. $12,5\% = 0,125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$

a. $7,5\% = 0,075 = \frac{75}{1000} = \frac{3}{40}$

a. $0,5\% = 0,005 = \frac{5}{1000} = \frac{1}{200}$

Pour s'exercer

06 Compléter les égalités suivantes :

a. $0,4 = \frac{40}{100} = 40\%$

b. $\frac{3}{5} = \frac{60}{100} = 60\%$

c. $30\% = \frac{30}{100} = 0,3$

d. $0,375 = \frac{375}{1000} = 37,5\%$

e. $2,5\% = \frac{2,5}{100} = 0,025$

f. $\frac{4}{25} = \frac{16}{100} = 16\%$

07 Vrai ou Faux ?

- a. $\frac{1}{3} = 0,333$ ☐ vrai ☐ faux
- b. $0,5 = \frac{1}{2}$ ☐ vrai ☐ faux
- c. $25 \% = \frac{1}{2}$ ☐ vrai ☐ faux
- d. $\frac{1}{5} = 0,2$ ☐ vrai ☐ faux
- e. $0,4 = \frac{2}{3}$ ☐ vrai ☐ faux
- f. $\frac{1}{8} = 0,125$ ☐ vrai ☐ faux
- g. $\frac{2}{3} = 66 \%$ ☐ vrai ☐ faux
- h. $\frac{3}{10} = 30 \%$ ☐ vrai ☐ faux
- e. $\frac{5}{4} = 1,25$ ☐ vrai ☐ faux

08 Associer chaque écriture à ses deux formes équivalentes.

25 %	•	•	75%	•	•	$\frac{4}{5}$
$\frac{2}{5}$	•	•	80 %	•	•	$\frac{1}{2}$
50 %	•	•	$\frac{3}{5}$	•	•	$\frac{3}{4}$
0,75	•	•	0,1	•	•	0,25
0,6	•	•	0,4	•	•	60 %
10 %	•	•	0,125	•	•	$\frac{1}{8}$
0,8	•	•	$\frac{1}{4}$	•	•	40 %
12,5 %	•	•	0,5	•	•	$\frac{1}{10}$

12 Estimer un ordre de grandeur

Rappel

- **Estimer un ordre de grandeur**, c'est approcher une valeur sans la calculer exactement, afin de :
 - Vérifier la cohérence d'un résultat ;
 - Comparer des valeurs ou des grandeurs ;
 - Obtenir une approximation raisonnable et rapide.
 - On utilise pour cela :
 - Des arrondis vers des nombres ronds proches (ex : $698 \approx 700$) ;
 - Des puissances de 10 (ex : $4832 \approx 5 \times 10^3$) ;
 - Des encadrements (ex : 54 est entre 10 et 10^2)
 - La négligence de termes très petits devant des termes très grands (ex : $10^{14} + 0,1 \approx 10^{14}$)
 - Si l'**écriture scientifique** d'un nombre réel est $a \times 10^n$, avec a décimal vérifiant $1 \leq a < 10$ et n entier relatif, alors :
 - si $1 \leq a < 5$ l'**ordre de grandeur** de $a \times 10^n$ est 10^n
 - si $5 \leq a < 10$ l'ordre de grandeur de $a \times 10^n$ est 10^{n+1}
- Par exemple l'ordre de grandeur de $2,345 \times 10^5$ est 10^5 , celui de $5,415 \times 10^5$ est 10^6 .

Pas à pas

- 01** Quel est l'ordre de grandeur de 3 056 635,296 ?
- a. On commence par déterminer l'écriture scientifique de 3 056 635,296.
- Ici, on doit décaler la virgule vers la gauche, si bien que la puissance de 10 sera positive.
- On a : $3\,056\,635,296 = 3,056\,635\,296 \times 10^6$.
- b. On compare ensuite 3,056 635 296 à 5.
- Ici, 3,056 635 296 5.
- c. L'ordre de grandeur de 3 056 635,296 est donc 10^6 .
- 02** Quel est l'ordre de grandeur de 50 996,15 756 ?
- a. On commence par déterminer l'écriture scientifique de 50 996,15 756.
- Ici, on doit décaler la virgule vers la gauche, si bien que la puissance de 10 sera positive.
- On a : $50\,996,15\,756 = 5,099\,615\,756 \times 10^4$.
- b. On compare ensuite 5,099 615 756 à 5.
- Ici, 5,099 615 756 5.
- c. L'ordre de grandeur de 50 996,15 756 est donc 10^4 .
- 03** Quel est l'ordre de grandeur de 0,0267583 ?
- a. On commence par déterminer l'écriture scientifique de 0,026 758 3.
- Ici, on doit décaler la virgule vers la droite, si bien que la puissance de 10 sera négative.
- On a : $0,026\,758\,3 = 2,675\,83 \times 10^{-2}$.
- b. On compare ensuite 2,675 83 à 5.
- Ici, 2,675 83 5.
- c. L'ordre de grandeur de 0,0267583 est donc 10^{-2} .

- 04** Quel est l'ordre de grandeur de 0,000 070 538 ?
- a. On commence par déterminer l'écriture scientifique de 0,000 070 538.
- Ici, on doit décaler la virgule vers la droite, si bien que la puissance de 10 sera négative.
- On a : $0,000\,070\,538 = 7,0538 \times 10^{-5}$.
- b. On compare ensuite 7,0538 à 5.
- Ici, 7,0538 5.
- c. L'ordre de grandeur de 0,000 070 538 est donc 10^{-5} .

Pour s'exercer

- 05** Quel est l'ordre de grandeur de 0,28386 ?
-
-
- 06** Quel est l'ordre de grandeur de 42,949 ?
-
-
- 07** Quel est l'ordre de grandeur de 0,07202 ?
-
-
- 08** Quel est l'ordre de grandeur de 59729 ?
-
-

09 Quel est l'ordre de grandeur de 0,0001621 ?

10 Donner la puissance de 10 la plus proche de chaque nombre.

Exemple : $782 \approx 10^3$; $31\,627 \approx 10^4$

a. $248 \approx$

b. $5\,124 \approx$

c. $19\,367 \approx$

d. $801\,000 \approx$

e. $0,074 \approx$

f. $6,42 \approx$

11 Encadrer chaque nombre entre deux puissances de 10.

Exemple : 34 est entre 10^1 et 10^2 .

a. 583 est entre : et

b. 0,0071 est entre : et

c. 23 000 est entre : et

d. 0,48 est entre : et

e. 1 250 000 est entre : et

12 Estimer la puissance de 10 la plus proche de chaque expression.

Exemple : $19 \times 51 \approx 20 \times 50 = 1000 = 10^3$.

a. $19 \times 38 \approx$

b. $104 \times 197 \approx$

c. $3,14 \times 9,8 \approx$

d. $1,98 \times 12,2 \approx$

e. $48,2 \div 9,7 \approx$

13 Estimer la puissance de 10 la plus proche des expressions suivantes.

a. $2,98 \times 98 \approx$

b. $0,48 \times 123 \approx$

c. $\frac{98,6}{9,9} \approx$

d. $\frac{5,1 \times 8,2}{2,05} \approx$

e. $(2,01)^2 \approx$

14 Estimer la puissance de 10 la plus proche des expressions suivantes.

a. $49 \times 202 \approx$

b. $3,98 \times 9,8 \approx$

c. $1875 \div 62 \approx$

d. $\frac{1,98^2}{0,49} \approx$

e. $\sqrt{48} \approx$

15 Repérer les résultats incohérents.

a. $42 \times 19 = 798$

☐ Cohérent ☐ Incohérent

b. $248 \times 97 = 24\,056$

☐ Cohérent ☐ Incohérent

c. $3,1 \times 9,8 = 28,52$

☐ Cohérent ☐ Incohérent

d. $102 \times 305 = 3\,111$

☐ Cohérent ☐ Incohérent

e. $0,24 \times 998 = 23,952$

☐ Cohérent ☐ Incohérent

16 Pour chaque question, cocher la bonne réponse (on attend la puissance de 10 la plus proche ou une estimation pertinente).

1. $101 \times 99 \approx$

☐ 100 ☐ 1 000 ☐ 10 000 ☐ 100 000

2. $10^{30} + 10^{-30} \approx$

☐ 0 ☐ 1 ☐ 10^{30} ☐ 10^{-30}

3. $999^2 \approx$

☐ 10^3 ☐ 10^4 ☐ 10^5 ☐ 10^6

4. $\sqrt{50} \approx$

☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8

5. $12,4 \times 98,6 \approx$

☐ 120 ☐ 1200 ☐ 12000 ☐ 120000

6. $\frac{3,98 \times 198}{9,87} \approx$

☐ 10 ☐ 100 ☐ 1000 ☐ 10000

7. $2^{10} \approx$

☐ 10 ☐ 100 ☐ 1000 ☐ 10000

8. $3,14 \times 9,81 \approx$

☐ 3 ☐ 9 ☐ 30 ☐ 300

9. $0,0047 \times 20000 \approx$

☐ 0,01 ☐ 1 ☐ 10 ☐ 100

10. Puissance de 10 la plus proche de 4200

☐ 10^2 ☐ 10^3 ☐ 10^4 ☐ 10^5

11. $10^{10} + 10^9 \approx$

☐ 10^9 ☐ 2×10^9 ☐ 10^{10} ☐ 10^{11}

17. Classer dans l'ordre croissant.

- $\pi \times 10^2$;
- $3,5 \times 10^4$;
- 2×10^3 ;
- $7,2 \times 10^2$;
- $1,2 \times 10^5$;
- $\frac{1}{2} \times 10^6$

18. Indiquer si chaque affirmation est vraie ou fausse.

a. $\pi \times 15^2 \approx 300$

☐ Vrai ☐ Faux

b. $\sqrt{2} \times 10^5 \approx 1,4 \times 10^5$;

☐ Vrai ☐ Faux

c. $\frac{5,2 \times 10^3}{8,1 \times 10^2} \approx 0,64$;

☐ Vrai ☐ Faux

d. $(1,2 \times 10^3)^2 \approx 1,44^5$;

☐ Vrai ☐ Faux

Rappel

- Il est important, après un calcul, de vérifier si le résultat obtenu a du sens, réaliste, cohérent avec les données.
- Des erreurs de calcul, d'unités, ou d'interprétation peuvent mener à un résultat mathématiquement juste mais absurde.
- Pour cela, on peut :
 - Certains résultats peuvent être estimés de tête pour vérifier une approximation (cf. item 12).
 - Vérifier les unités : un résultat en euros, en pourcentage, en personnes, etc.
 - **Comparer avec des bornes connues :**
 - une proportion ne peut pas dépasser 100 %,
 - une moyenne ne peut pas être inférieure au minimum ou supérieure au maximum,
 - une remise doit faire baisser le prix,
 - Une variation positive puis négative ne revient pas à une variation nulle.
 - Un prix, une distance ou un nombre de personnes ne peut pas être négatif.
 - Un ordre de grandeur trop élevé (ex : « le prix d'une baguette est 2400€ ») peut indiquer une erreur.

Pour s'exercer

01 Parmi les résultats suivants, cochez ceux qui semblent possibles et cohérents dans leur contexte.

a. Un élève a eu 18, 19 et 20 au bac blanc. Sa moyenne est 17.

☐ Cohérent ☐ Incohérent

b. Une entreprise augmente un salaire de 10 %. Le salarié passe de 2000 € à 2200 €.

☐ Cohérent ☐ Incohérent

c. On réduit un prix de 20 %, il passe de 100 € à 80 €.

☐ Cohérent ☐ Incohérent

d. Dans un produit alimentaire il y a 120 % de lait.

☐ Cohérent ☐ Incohérent

e. On a calculé que 25 % de 400 vaut 150.

☐ Cohérent ☐ Incohérent

02 Pour chacun des résultats suivants, donnez un ordre de grandeur attendu (sans calcul précis), puis dites si le résultat donné est vraisemblable.

Exemple : On achète 3,5 kg de pommes à 2 € le kilo. Le prix payé est de 12 €.

A 2 € les 3 Kg : 8 € pour 12 Kg. A 2 € les 4 Kg : 6 € pour 12 Kg. Donc le prix attendu est entre 6 et 8 €. Prix incohérent.

a. Un téléphone coûte 300 €. On applique une remise de 15 %. Le prix final est de 280 €.

☐ Cohérent ☐ Incohérent

b. Une réduction de 10 % fait passer un produit de 50 € à 40 €.

☐ Cohérent ☐ Incohérent

c. Un commerçant dit qu'une augmentation de 25 % fait passer un prix de 120 € à 150 €.

☐ Cohérent ☐ Incohérent

d. « Cette veste est à -30 % : elle passe de 100 € à 80 € »

☐ Cohérent ☐ Incohérent

03 Une élève obtient 10, 12, 13 et 15 à ses quatre évaluations. On annonce que sa moyenne est 14.

a. La moyenne annoncée est-elle vraisemblable ? Pourquoi ?

b. Proposer une estimation raisonnable de la moyenne.